

**Blatt 02**

**1 Aufgabe.** Sei  $C : \mathbb{N}_{>0} \rightarrow \mathbb{N}_{>0}$  die *Collatz-Funktion*:

$$C(n) := \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 3n + 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die *Collatz-Sequenz* einer Zahl  $n$  ist  $(C^k(n))_{k \in \mathbb{N}}$ , wobei  $C^0 = \text{id}$ . Es ist  $C(4) = 2$ ,  $C(2) = 1$  und  $C(1) = 4$ , d.h. sobald in der Collatz-Sequenz eine Zahl aus  $\{1, 2, 4\}$  auftaucht, setzt sie sich periodisch fort. Wir definieren die *Collatz-Länge* von  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  als das minimale  $k \in \mathbb{N}$  für das  $C^k(n) \in \{1, 2, 4\}$  gilt. Implementieren Sie eine Funktion `CollatzLength(n)`, die die Collatz-Länge von  $n$  zurückgibt. Ermitteln Sie unter den  $n$  zwischen 1 und 1.000.000 diejenige(n) mit der längsten Collatz-Länge.

**2 Aufgabe.** Eine *Faser* einer Abbildung  $f : M \rightarrow N$  zwischen Mengen ist das Urbild eines Elements von  $N$  unter  $f$ . Implementieren Sie eine Funktion `Fibers(f)`, die zu einer Abbildung  $f$  zwischen Mengen die Menge aller nicht-leeren Fasern von  $f$  zurückgibt.

Alle Implementierungen sollen natürlich in MAGMA erfolgen.