

**Blatt 04**

**1 Aufgabe.** Konstruieren Sie in MAGMA die durch folgende Matrizen erzeugte Matrixgruppe über  $\mathbb{Q}$ :

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie Ordnung, Struktur des Zentrums und Anzahl der Konjugiertenklassen dieser Gruppe.

**2 Aufgabe.** Bestimmen Sie die Anzahl der Untergruppen von  $S_4$ .

**3 Aufgabe.** Eine *Rechts-Transversale* einer Untergruppe  $H$  einer Gruppe  $G$  ist ein Repräsentantensystem der Rechtsnebenklassen von  $H$  in  $G$ .

Sei  $H$  die durch  $(1,3)$  und  $(2,3)$  erzeugte Untergruppe in der symmetrischen Gruppe  $S_4$ . Bestimmen Sie die Ordnung von  $H$  und eine Rechts-Transversale von  $H$  in  $S_4$ .

**4 Aufgabe.** Eine Gruppe  $G$  heißt *einfach*, falls  $G$  keine nicht-trivialen Normalteiler besitzt (d.h. außer 1 und  $G$ ). Bestimmen Sie alle abelschen endlichen einfachen Gruppen. Bestimmen Sie weiterhin mit MAGMA die nicht-abelschen einfachen Gruppen mit Ordnung  $\leq 360$ .

Alle Implementierungen sollen natürlich in MAGMA erfolgen.