

## Blatt 2

Abgabe bis 24.04.2014 gruppenweise per Email an mich.

**Aufgabe 1.** Erarbeiten Sie sich im Skript den Rest von §2.

**Aufgabe 2.** Sei  $C : \mathbb{N}_{>0} \rightarrow \mathbb{N}_{>0}$  die *Collatz-Funktion*:

$$C(n) := \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{falls } n \text{ gerade} \\ 3n + 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die *Collatz-Sequenz* einer Zahl  $n$  ist  $(C^k(n))_{k \in \mathbb{N}}$ , wobei  $C^0 = \text{id}$ . Es ist  $C(4) = 2$ ,  $C(2) = 1$  und  $C(1) = 4$ , d.h. sobald in der Collatz-Sequenz eine Zahl aus  $\{1, 2, 4\}$  auftaucht, setzt sie sich periodisch fort. Wir definieren die *Collatz-Länge* von  $n \in \mathbb{N}_{>0}$  als das minimale  $k \in \mathbb{N}$  für das  $C^k(n) \in \{1, 2, 4\}$  gilt. Implementieren Sie eine Funktion `CollatzLength(n)`, die die Collatz-Länge von  $n$  zurückgibt. Ermitteln Sie unter den  $n$  zwischen 1 und 1.000.000 diejenige(n) mit der längsten Collatz-Länge.

**Aufgabe 3.** Eine *Faser* einer Abbildung  $f : M \rightarrow N$  zwischen Mengen ist das Urbild eines Elements von  $N$  unter  $f$ . Implementieren Sie eine Funktion `Fibers(f)`, die zu einer Abbildung  $f$  zwischen endlichen Mengen (Typ `Map`) die Menge aller nicht-leeren Fasern von  $f$  zurückgibt.

**Aufgabe 4.** Implementieren Sie eine Prozedur `Replace(~S,x,y)`, die in einer Sequenz  $S$  jedes Auftreten des Elements  $x$  durch  $y$  ersetzt.

**Aufgabe 5.** Implementieren Sie eine *Intrinsic*

`Power(f::UserProgram, n::RngIntElt, x::) -> .`

die zu einer Funktion  $f$  in `MAGMA` (Typ `UserProgram`) den Wert  $f^n(x)$  für  $n \in \mathbb{N}$  und  $x$  im Bereich von  $f$  zurückgibt. Geben Sie für die *Intrinsic* eine sinnvolle Hilfe an und schauen Sie, ob diese bei Eingabe von `Power`; richtig angezeigt wird. Berechnen Sie damit  $C^{199}(2^{328})$ , wobei  $C$  die Collatz-Funktion von oben ist. Wofür steht der Typ `.` in obiger Deklaration?