Behauptung. Ist P eine zentrale Sylow p-Untergruppe von G, so ist $P = G_p$ und $G = P \times G_{p'}$.

Beweis: $P = G_p$ (= Menge der p-Elemente) hatten wir. Da P zentral und somit insbesondere normal ist, hat P nach dem Satz von Schur-Zassenhaus ein Komplement H in G, d.h. $G = P \rtimes H$ (semidirektes Produkt $\Leftrightarrow G = PH$, $P \cap H = 1$). Da P zentral ist, folgt bereits $G = P \times H$ (inneres direktes Produkt $\Leftrightarrow G = PH$, $P \cap H = 1$, P und H kommutieren elementweise). Es bleibt zu zeigen, dass $G_{p'} = H$. Sei $g \in G_{p'}$ und $q := o(g)$. Dann ist $g = uh$ für eindeutige $u \in P$, $h \in H$. Es ist $1 = g^q = u^q h^q$ und wegen Eindeutigkeit der Produktzerlegung gilt bereits $u^q = 1 = h^q$. Da q eine p'-Zahl und $u \in P$ ist, folgt $u = 1$, d.h. $g \in H$. Sei andererseits $h \in H$ und $o(h) = p^e q$ mit $(p^e, q) = 1$. Dann ist h^q ein p-Element, d.h. $h^q \in P \cap H = 1$, d.h. h ist ein p'-Element, d.h. $h \in G_{p'}$.