

# Fachpraktikum “Implementierung von Iwahori–Hecke Algebren”

---

Prof. Dr. Ulrich Thiel

TU Kaiserslautern  
<https://ulthiel.com/math>

Jul 14, 2021



 TECHNISCHE UNIVERSITÄT  
KAISERSLAUTERN

 TR 195  
SYMBOLIC TOOLS

## Was ich mache

Darstellungstheorie, algebraische Geometrie, Computeralgebra.

## Netter Umstand

Oft werden Fragestellungen durch endliche kombinatorische Strukturen beschrieben. Diese kann man im Computer studieren!

## Deshalb

Aufbauend auf Julia/OSCAR habe ich ein kleines Projekt namens JuLie für Darstellungstheorie (insbesondere Lie-Theorie) begonnen:

`https://ulthiel.github.io/JuLie.jl/dev/`

## Fachpraktikum

Mitarbeit an diesem Projekt! Anschließend Abschlussarbeit möglich.

# Coxeter-Gruppen

## Coxeter-Gruppen

Gruppen  $W$  mit spezieller Präsentation:  $W = \langle s_1, \dots, s_n \mid (s_i s_j)^{m_{ij}} = 1 \rangle$   
für gewisse  $m_{ij} \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$  mit  $m_{ij} = 1$  und  $m_{ij} \geq 2$ .

## Beispiel

Symmetrische Gruppe  $S_{n+1}$ . Hier sind  $s_i = (i, i+1)$  die Transpositionen  
und  $m_{i,i+1} = 3$  (Zopfrelationen) und  $m_{ij} = 2$  für  $|i-j| > 1$ .



## Warum wichtig?

Tauchen **überall** in der Lie-Theorie/Darstellungstheorie auf!

## Fundamentale Frage

Gegeben zwei Worte  $x, y$  in den  $s_j$ . Ist  $x = y$  in  $W$ ?

# Iwahori–Hecke Algebren

## Bachelor-Arbeit von T. Schmit (2021)

Theorie und Implementierung eines Algorithmus zum Rechnen in Coxeter-Gruppen (nach B. Casselman).

```
julia> G,(a,b,c) = CoxeterGroup([1 4 2; 4 1 3; 2 3 1], ["a","b","c"])
julia> w = a*c
c*a
julia> w*c
a
```

## Iwahori–Hecke Algebren

Die Iwahori–Hecke Algebra zu  $W$  ist eine “Deformation” von  $W$ : Es ist eine Algebra mit Basis  $\{T_x\}_{x \in W}$  und einer Multiplikation  $T_x \cdot T_y$ , die  $x \cdot y$  in  $W$  “deformiert”.

Diese Algebra ist ein zentrales Objekt in der Lie-Theorie!

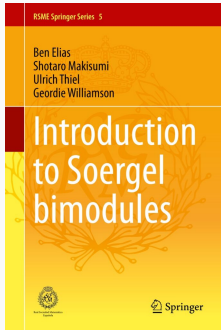
Insbesondere ist eine weitere Basis, die Kazhdan–Lusztig Basis, von tiefer Bedeutung.

## Aufgabe

Implementierung der Iwahori–Hecke Algebren, Berechnung der Kazhdan–Lusztig Basis und weitere kombinatorische Algorithmen in diesem Kontext.

Daran lässt sich wunderbar eine **Bachelor-Arbeit** anschließen!

## Literatur



Elektronisch verfügbar in unserer Bibliothek unter:

<https://ebookcentral.proquest.com/lib/tu-kaiserslautern/detail.action?docID=6357818>