

## Übungen zu Algebraische Strukturen — Blatt 1

Prof. Dr. U. Thiel

Abgabetermin: **Fr. 01.05.2020, 10:00 Uhr**

L. Ruhstorfer

SS 20

---

### Aufgabe 1:

Ist  $(G, *)$  in den folgenden Fällen eine Gruppe? (Man gebe einen Beweis der Gruppenaxiome oder ein Gegenbeispiel für ein verletztes Axiom an.)

(a)  $G = \mathbb{Q}_{>0}$  mit der Verknüpfung  $a * b = \frac{a \cdot b}{2}$ ;

(b)  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  mit der Verknüpfung  $(a_1, a_2) * (b_1, b_2) = (a_1 + b_2, a_2 + b_1)$ .

(Auf der rechten Seite der Gleichungen bezeichnen „+“, „ $\cdot$ “ und der Bruchstrich hierbei die gewöhnliche Addition, Multiplikation bzw. Division reeller Zahlen.)

### Aufgabe 2:

Für welche  $x, y \in \mathbb{R}$  wird  $G = \mathbb{R}$  mit der Verknüpfung

$$a * b = x \cdot a + x \cdot b + y$$

eine Gruppe? Begründen Sie Ihre Behauptung.

### Aufgabe 3 (Zusatzaufgabe):

Zeigen Sie, dass jede Gruppe  $G$  mit weniger als 5 Elementen abelsch ist.

**Hinweis:** Zusatzaufgaben können freiwillig bearbeitet werden und fließen auch nicht in die Wertung ein.