

## Übungen zu Algebraische Strukturen — Blatt 11

Prof. Dr. U. Thiel  
Abgabetermin: **Fr. 10.07.2020, 10:00 Uhr**

L. Ruhstorfer  
SS 20

---

### Aufgabe 31:

Es seien  $R$  ein Ring und  $K$  ein Körper.

- (a) Zeigen Sie, dass eine Potenzreihe  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$  genau dann in  $R[[t]]$  invertierbar ist, wenn  $a_0 \in R^\times$ .
- (b) Folgern Sie aus Teil (a), dass jedes Ideal  $\langle 0 \rangle \neq I$  von  $K[[t]]$  von der Form  $I = \langle t^n \rangle$  für ein  $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  ist.

### Aufgabe 32:

Bestimmen Sie alle gemeinsamen Teiler von  $2 + 2\sqrt{5}i$  und  $6$  im Ring  $\mathbb{Z}[\sqrt{5}i]$  aus Aufgabe 25 und zeigen Sie so, dass es keinen größten gemeinsamen Teiler gibt.

### Aufgabe 33 (Zusatzaufgabe):

Man zeige:

- (a) Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme (also die Summe aller ihrer Ziffern) durch 3 teilbar ist.
- (b) Für  $a, b \in \mathbb{Z}$  gilt  $17 \mid a + 3b$  genau dann, wenn  $17 \mid b + 6a$ .

**Vorlesungsumfrage algebraische Strukturen:** Um an der Vorlesungsumfrage für unsere Vorlesung teilzunehmen verwenden Sie bitte folgenden Link:

<https://befragung.uni-kl.de/evasys/online.php?p=MJ844>

mit der **Losung: MJ844**.

Sie können direkt an der Umfrage teilnehmen, indem Sie folgenden QR-Code benutzen.



Die Deadline für die Umfrage ist der **3. Juli**. Die Zuordnung der Übungsleiter(innen) ist in der Umfrage wie folgt:

1. Kathrin Kaiser
2. Marcel Wittmann
3. Vera Grafe