

## Übungen zu Algebraische Strukturen — Blatt 13

Prof. Dr. U. Thiel

Abgabetermin: **freiwillige Abgabe bis zum 24. Juli**

L. Ruhstorfer

SS 20

---

### Aufgabe 37:

- (a) Zeigen Sie, dass das Polynom  $t^4 + t^3 + t^2 + t + \bar{1}$  prim in  $\mathbb{Z}_2[t]$  ist.
- (b) Ist das Polynom  $t^4 - 13t^3 + 37t^2 + 3t - 99$  irreduzibel in  $\mathbb{Z}[t]$ ?

**Hinweis zu Teil (b):** Betrachten Sie das Bild des Polynoms unter der natürlichen Abbildung  $\pi : \mathbb{Z}[t] \rightarrow \mathbb{Z}_2[t]$  und benutzen Sie Teil (a).

### Aufgabe 38:

Zerlegen Sie die Zahl 15 im Ring  $\mathbb{Z}[i]$  in Primfaktoren.

### Aufgabe 39 (Zusatzaufgabe):

Zeigen Sie, dass für alle  $q, m, n \in \mathbb{N}_{>0}$  mit  $q \neq 1$  gilt  $\text{ggT}(q^m - 1, q^n - 1) = q^{\text{ggT}(m, n)} - 1$ .