Übungen zu Algebraische Strukturen — Blatt 3

Prof. Dr. U. Thiel — L. Ruhstorfer
Abgabetermin: **Fr. 15.05.2020, 10:00 Uhr** — SS 20

Aufgabe 7:
Betrachten Sie die Permutation $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix} \in S_6$.

(a) Berechnen Sie σ^2 und σ^{-1}.

(b) Bestimmen Sie die Zykelzerlegung von σ.

(c) Schreiben Sie σ als Produkt von Transpositionen. Was ist das Vorzeichen von σ?

Aufgabe 8:
Zwei Permutationen $\sigma, \tau \in S_n$ heißen *konjugiert zueinander*, wenn es ein $\alpha \in S_n$ mit $\sigma = \alpha\tau\alpha^{-1}$ gibt. In diesem Fall schreiben wir $\sigma \sim \tau$. Zeigen Sie folgende Aussagen:

(a) Die Relation $\sim$ definiert eine Äquivalenzrelation auf S_n.

(b) Wenn $\tau = (a_1 \dots a_k)$ ein k-Zykel ist, dann gilt $\alpha\tau\alpha^{-1} = (\alpha(a_1) \dots \alpha(a_k))$.

(c) Folgern Sie, dass je zwei k-Zykel in S_n konjugiert sind.

Aufgabe 9 (Zusatzaufgabe):
Betrachten Sie die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 4 & 2 & 3 & 7 & 1 & 8 & 5 \end{pmatrix} \text{ und } \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 2 & 7 & 1 & 8 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie $\sigma\tau, \tau\sigma, \sigma^{-1}, \tau^{-1}$.

(b) Bestimmen Sie für jede Permutation in (a) die Zykelzerlegung.