

Übungen zu Algebraische Strukturen — Blatt 5

Prof. Dr. U. Thiel

Abgabetermin: **Fr. 29.05.2020, 10:00 Uhr**

L. Ruhstorfer

SS 20

Hinweis: Die jeweiligen Gruppen seien stets mit den üblichen Verknüpfungen versehen.

Aufgabe 13: Welche der folgenden Abbildungen sind Morphismen?

(a) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, f(m, n) = 2m + 3n$

(b) $f : \mathbb{Q} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{Q}, f(x) = x$

(c) $f : G \rightarrow G, f(a) = gah$ für eine beliebige Gruppe G und gegebene $g, h \in G$.

Aufgabe 14:

Für eine gegebene Zahl $n \in \mathbb{N}_{\geq 3}$ betrachten wir die Permutationen

$$\sigma = (1 \ 2 \ \dots \ n) \text{ und } \tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 1 \end{pmatrix} \text{ in } S_n.$$

Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) $\sigma^n = \tau^2 = \text{id}$ und $\tau\sigma = \sigma^{-1}\tau$.

(b) Es ist

$$\langle \sigma, \tau \rangle = \{\sigma^k \tau^l \mid k = 0, \dots, n-1, l = 0, 1\}$$

und diese Untergruppe hat $2n$ Elemente. Wir bezeichnen diese Untergruppe mit D_n .

Aufgabe 15 (Zusatzaufgabe):

Bestimmen Sie *alle* Gruppenhomomorphismen

(a) von \mathbb{Z} nach S_5 ;

(b) von S_5 nach \mathbb{Z} ;

(c) von \mathbb{Q} nach \mathbb{Z} .