

Übungen zu Elementare Zahlentheorie — Blatt 2

Prof. Dr. Ulrich Thiel, TU Kaiserslautern
Abgabetermin: Montag, 17.05.2021, 10:00 Uhr

Sommersemester 2021
Dr. Tommy Hofmann

Mit Primzahl ist im Folgenden stets eine positive Primzahl gemeint.

Aufgabe 1. Zeigen Sie: Wenn eine Zahl der Form $2^s - 1$, $s \in \mathbb{N}$, eine Primzahl ist, dann ist auch s eine Primzahl.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass eine ungerade vollkommene Zahl mindestens drei verschiedene Primfaktoren hat.

Aufgabe 3.

- (i) Es sei $n \in \mathbb{N}$ eine ungerade Zahl. Zeigen Sie, dass $n \mid 2^{(n-1)!} - 1$ gilt.
- (ii) Es sei p eine ungerade Primzahl und $M_p = 2^p - 1$. Zeigen Sie, dass $M_p \mid 2^{M_p-1} - 1$ gilt.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen p mit $p \equiv 5 \pmod{6}$ gibt.