

## Übungen zu Elementare Zahlentheorie — Blatt 2

Prof. Dr. Ulrich Thiel, TU Kaiserslautern  
Abgabetermin: Montag, 17.05.2021, 10:00 Uhr

Sommersemester 2021  
Dr. Tommy Hofmann

---

Mit Primzahl ist im Folgenden stets eine positive Primzahl gemeint.

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie: Wenn eine Zahl der Form  $2^s - 1$ ,  $s \in \mathbb{N}$ , eine Primzahl ist, dann ist auch  $s$  eine Primzahl.

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass eine ungerade vollkommene Zahl mindestens drei verschiedene Primfaktoren hat.

**Aufgabe 3.**

- (i) Es sei  $n \in \mathbb{N}$  eine ungerade Zahl. Zeigen Sie, dass  $n \mid 2^{(n-1)!} - 1$  gilt.
- (ii) Es sei  $p$  eine ungerade Primzahl und  $M_p = 2^p - 1$ . Zeigen Sie, dass  $M_p \mid 2^{M_p-1} - 1$  gilt.

**Aufgabe 4.** Zeigen Sie, dass es unendlich viele Primzahlen  $p$  mit  $p \equiv 5 \pmod{6}$  gibt.